

ALJABAR BOOLEAN

DEFINISI

- Adalah aljabar logika. Sifat biner proposisi / dalil logis (TRUE or FALSE) menunjukkan mempunyai aplikasi dalam komputasi.
- Pelopornya George Boole



PROPOSISI

- PROPOSISI (dalil) adalah pernyataan yg mungkin bisa TRUE atau FALSE

Contoh :

“p” kependekan dari proposisi “*Anda membaca buku ini*” \rightarrow TRUE

“q” kependekan dari proposisi $3_{10}+4_{10} \rightarrow$ FALSE

- Pertanyaan dan ekslamasi bukanlah proposisi

Contoh :

Siapakah Anda ? \rightarrow bukan proposisi



NEGASI

- NEGASI (sangkaan) akan menghasilkan proposisi (p) yg TRUE apabila p FALSE, atau sebaliknya

- Negasi p ditulis dgn simbol \bar{p} (ada garis di atasnya)

contoh :

“p” adalah proposisi “*Anda sedang membaca buku*”

“q” adalah proposisi “*Anda tidak sedang membaca buku*”

- Tabel kebenaran :

menunjukkan nilai-nilai yg mungkin utk p dan q, juga berfungsi sebagai definisi p menurut q

P	\bar{P}
T	F
F	T

atau

P	\bar{P}
1	0
0	1



PREDIKAT

- Seperti proposisi, yaitu bisa TRUE atau FALSE, namun riabel yg bila belum dispesifikasikan tidak mungkin dilakukan penentuan nilai true atau false

Contoh :

- $X > 5$ adalah predikat, Nilai X perlu diketahui lebih dulu , bila $x=8$, maka predikat menjadi proposisi $8 > 5$, proposisi ini adalah TRUE
- Kondisi dalam seleksi dalam bahasa pemrograman adalah contoh predikat



OPERASI BOOLEAN

- OPERASI : tindakan yg telah ditetapkan terhadap data, misal penambahan $3+5$ adalah operasi matematika
- OPERAND : item data yg dioperasikan, operand pada operasi $3+5$ adalah 3 dan 5
- OPERATOR : utk menandai operasi, pada contoh $3+5$,peratornya +
- Proposisi dan predikat akan menjadi Operand dalam operasi logika

contoh :

$p(x)$ adalah predikat yg mewakili $x > 5$

$q(y)$ adalah predikat yg mewakili $y = 9$

$p(x)$ AND $q(y)$ adalah operasi logika dimana $p(x)$ dan $q(y)$ adalah operand, AND adalah operator



OPERASI BOOLEAN

AND

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Exclusive OR

p	q	$p \oplus q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Inclusive OR dan Exclusive OR

Inclusive OR : berarti yg satu atau yg satunya atau keduanya

Exclusive OR : berarti yg satu atau yg satunya tapi tidak keduanya

$$p \oplus q = \bar{p} \cdot q + p \cdot \bar{q}$$



OPERASI BOOLEAN

Operasi Ekuivalen (pencocokan)

Simbol yg digunakan \Leftrightarrow atau \equiv

Ekuivalensi

2 operasi akan ekuivalen jika mempunyai tabel kebenaran yg sama, digunakan tanda = bila operasi ekuivalennya TRUE

Contoh : $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$

p	q	$P \equiv q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$p \equiv q = \overline{(p+q)} \cdot (\bar{p} + \bar{q})$$

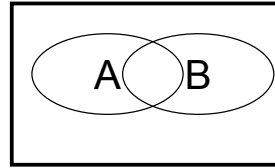
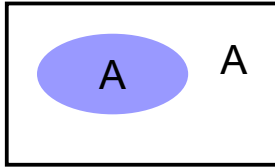
p	q	\bar{p}	\bar{q}	$\bar{p} \wedge \bar{q}$	$p \vee q$	$\overline{p \vee q}$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0



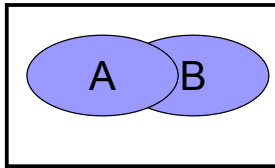
OPERASI BOOLEAN

Diagram Venn

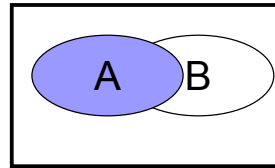
Adalah diagram yg areanya merepresentasikan operasi atau proposisi



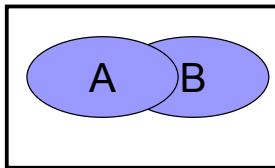
$A \wedge B$ atau $A \cdot B$



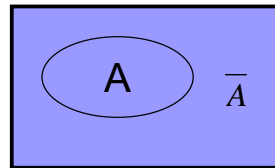
$A \vee B$ atau $A + B$



$A \wedge \bar{B}$ atau $A \cdot \bar{B}$



$\sim(A \vee B)$ atau $\bar{A} \cdot \bar{B}$



$A \vee \bar{A}$ atau $A + \bar{A} = 1$



OPERASI BOOLEAN

Penyederhanaan Pernyataan

Menggunakan 2 metode :

1. Penyederhanaan aljabarik menggunakan relasi standar
 - Dual
 - Aturan DeMorgan
 - Hukum Komutatif
 - Hukum distributif
 - Peta Karnaugh
2. Teknik diagramatis



OPERASI BOOLEAN

DUAL

Konsep dualitas adalah dgn mengambil relasi benar dan mengubaj semua 1 ke nol, semua 0 ke 1. semua AND ke OR, semua OR ke AND maka akan diperoleh 2 relasi

<u>Relasi</u>	<u>Dwi Relasi</u>
$A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$
$A \cdot A = A$	$A + A = A$
$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$
$A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A$
$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$	$A + \bar{A} \cdot B = A + B$



OPERASI BOOLEAN

ATURAN DE MORGAN

utk menerapkan aturan demorgan pada pernyataan sederhana lakukan

1. Ubah AND ke OR dan OR ke AND
2. Negasi semua variabel
3. Negasi pernyataan yg telah dibentuk

Contoh :

terapkan aturan diatas pada satu sisi utk memperoleh sisi satunya

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$\overline{A \cdot B \cdot C} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}$$



OPERASI BOOLEAN

HUKUM KOMUTATIF

Contoh :

$$A + B = A + B$$

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot B \cdot C$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

HUKUM DISTRIBUTIF

Contoh :

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$

$$(A + B)(A + C) = A \cdot A + A \cdot C + A \cdot B + B \cdot C = A + B \cdot C$$



OPERASI BOOLEAN

Contoh penyederhanaan :

$$A + B(A + B) + A(\bar{A} + B)$$

pemecahan:

$$A + B + A(\bar{A} + B)$$

$$A + B + A \cdot B$$

$$A + B \cdot A + B$$

$$A + B$$

$$\overline{\overline{A} + (\overline{B \cdot C}) + \overline{C} \cdot B}$$

pemecahan:

$$\overline{\overline{A} \cdot (\overline{\overline{B \cdot C}}) \cdot \overline{\overline{C}} \cdot B}$$

$$A \cdot B \cdot C \cdot \overline{\overline{C}} \cdot B$$

$$A \cdot B \cdot C \cdot (\overline{\overline{C}} + \overline{\overline{B}})$$

$$A \cdot B \cdot C \cdot (C + \overline{\overline{B}})$$

$$A \cdot B \cdot C \cdot C + A \cdot B \cdot C \cdot \overline{\overline{B}}$$

$$ABC$$



OPERASI BOOLEAN

PETA KARNAUGH

Ada bentuk yg berbeda menurut jumlah variabel dalam pernyataan-pernyataan yg akan disederhanakan

A. KASUS 2 VARIABEL

Variabel A,B dan negasinya dapat dikombinasikan dgn 4 cara dgn referensi silang label baris dan kolom masing-masing dapat dijabarkan

	A	\bar{A}
B	$A \cdot B$	$\bar{A} \cdot B$
\bar{B}	$A \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot \bar{B}$

PDE - ALJABAR BOOLEAN

$A = A \cdot B + A \cdot \bar{B}$

	A	\bar{A}
B	1	
\bar{B}	1	

15



OPERASI BOOLEAN

B. KASUS 3 VARIABEL

	A	\bar{A}	
B	$A \cdot B \cdot C$	$\bar{A} \cdot B \cdot C$	C
\bar{B}	$A \cdot \bar{B} \cdot C$	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$	C
\bar{B}	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	\bar{C}
B	$A \cdot B \cdot \bar{C}$	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$	\bar{C}

$A \cdot \bar{B} \cdot C = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$

	A	\bar{A}	
B			C
\bar{B}	1		C
\bar{B}		1	\bar{C}
B			\bar{C}

PDE - ALJABAR BOOLEAN

16



OPERASI BOOLEAN

B. KASUS 4 VARIABEL

	A	A	\bar{A}	\bar{A}	
B	$A.B.C.\bar{D}$	$A.B.C.D$	$\bar{A}.B.C.D$	$\bar{A}.B.C.\bar{D}$	C
B	$A.B.C.\bar{D}$	$A.\bar{B}.C.D$	$\bar{A}.\bar{B}.C.D$	$\bar{A}.\bar{B}.C.\bar{D}$	C
\bar{B}	$A.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}$	$A.\bar{B}.\bar{C}.D$	$\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.D$	$\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}$	\bar{C}
\bar{B}	$A.B.\bar{C}.\bar{D}$	$A.B.\bar{C}.D$	$\bar{A}.B.\bar{C}.D$	$\bar{A}.B.\bar{C}.\bar{D}$	\bar{C}
	\bar{D}	D	D	\bar{D}	



OPERASI BOOLEAN

Penyederhanaan dgn menggunakan Peta Karnaugh

Menggunakan teknik diagramatis yg berguna bila menyederhanakan pernyataan yg mempunyai beberapa faktor yg dihubungkan oleh OR. Prosedurnya :

- Lakukan sket awal utk mengidentifikasi faktor jika hal ini membantu
- Pada sket baru, masukkan 1 utk sembarang faktor yg ada dalam pernyataan itu. Gunakan sket awal sebagai pedoman
- Gambar loop yg mengelilingi kelompok 1,2,4 atau 8 yg bersesuaian dgn pernyataan sederhana. Pernyataan yg disederhanakan akan menjadi kombinasi dari pernyataan-pernyataan yg lebih sederhana

Contoh :

menyederhanakan $\bar{A}.\bar{B} + A.\bar{B} + \bar{A}.B = \bar{A} + \bar{B}$

	A	\bar{A}
B		1
\bar{B}	1	1