

Mata Kuliah : Mekanika Bahan
Kode : TSP - 205
SKS : 3 SKS

Analisis Tegangan dan Regangan

Pertemuan - 10

- TIU :

- Mahasiswa dapat menganalisis tegangan normal dan geser menggunakan lingkaran Mohr

- TIK :

- Mahasiswa dapat menggunakan Lingkaran Mohr untuk melakukan analisis tegangan bidang

- Sub Pokok Bahasan :
 - ✓ Lingkaran Mohr Untuk Tegangan Bidang
 - ✓ Hukum Hooke Untuk Tegangan Bidang
 - ✓ Tegangan Triaksial
 - ✓ Quiz 3

Lingkaran Mohr Untuk Tegangan Bidang

- Persamaan transformasi untuk tegangan bidang dapat dinyatakan dalam bentuk grafis yang sering dikenal dengan **Lingkaran Mohr**
- Sebutan Lingkaran Mohr diberikan untuk menghargai jasa ilmuwan Jerman **Otto Christian Mohr** (1835-1918) yang menemukannya pada tahun 1882.
- Lingkaran Mohr ini sangat berguna dalam analisis tegangan, karena dapat **memberikan beragam informasi tegangan normal dan tegangan geser yang bekerja pada setiap bidang dari suatu elemen**

Lingkaran Mohr Untuk Tegangan Bidang

- Persamaan-persamaan transformasi untuk tegangan bidang dapat dituliskan kembali menjadi :

$$\sigma_{x1} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_{x1y1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

- Jika kedua sisi dikuadratkan, dan jumlahkan keduanya maka akan didapatkan :

$$\left(\sigma_{x1} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{x1y1}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$

Lingkaran Mohr Untuk Tegangan Bidang

- Dengan mengingat bahwa :

$$\sigma_{rata-rata} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

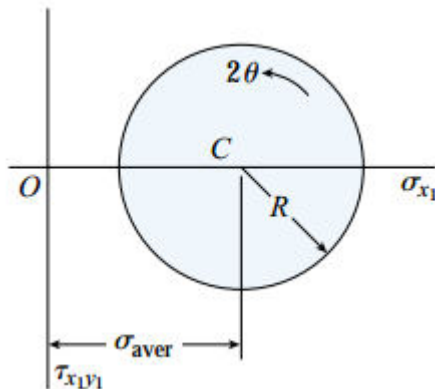
- Maka persamaan tersebut dapat dituliskan ringkas :

$$(\sigma_{x1} - \sigma_{rata-rata})^2 + \tau_{x1y1}^2 = R^2$$

- Persamaan tersebut merupakan persamaan lingkaran dalam sistem koordinat x_1 dan y_1 , memiliki radius R dan pusat lingkaran tersebut terletak pada $\sigma_{x1} = \sigma_{rata-rata}$ dan $\tau_{x1y1} = 0$

Lingkaran Mohr Untuk Tegangan Bidang

- Dalam menggambarkan lingkaran Mohr, diambil kesepakatan **tegangan geser positif digambar dalam arah sumbu vertikal ke bawah** dan **sudut positif sebesar 2θ digambarkan berlawanan arah jarum jam**



$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

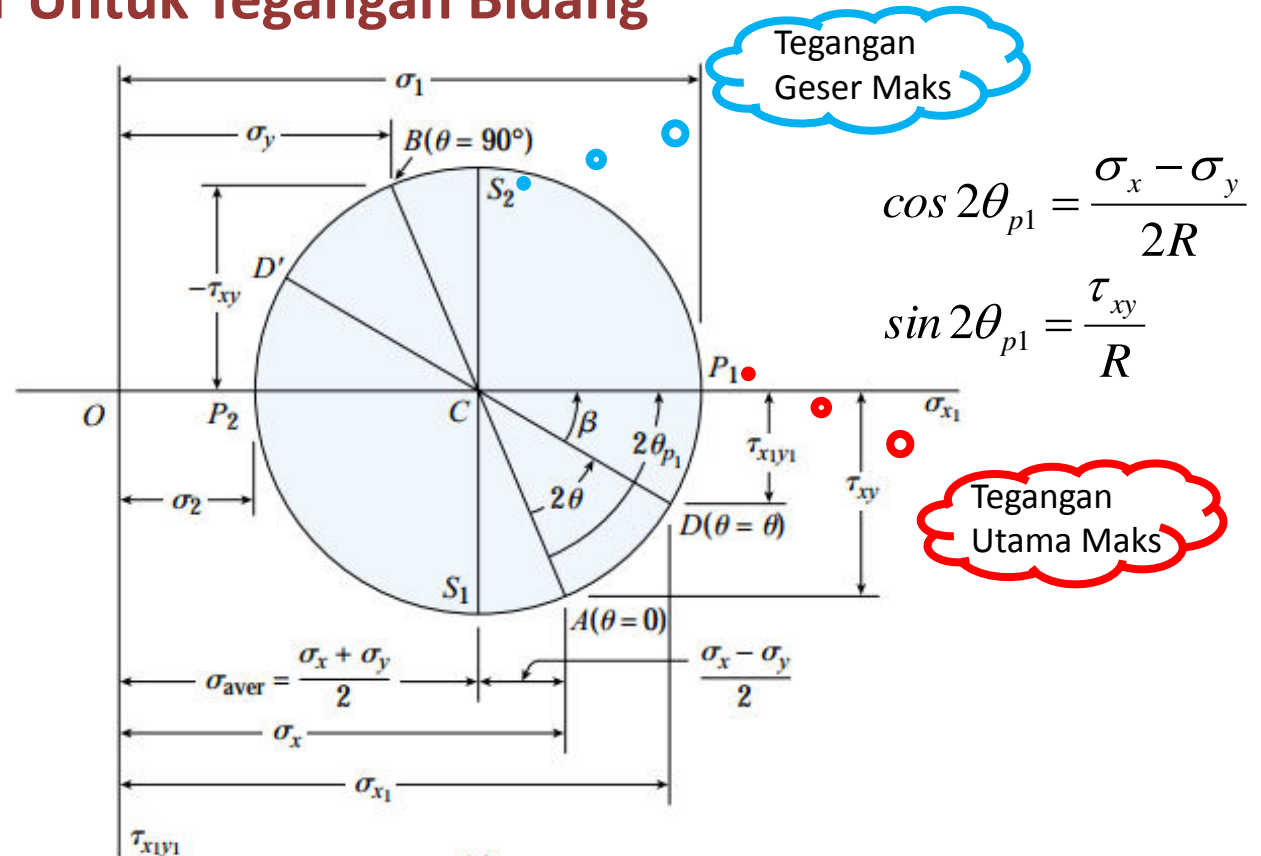
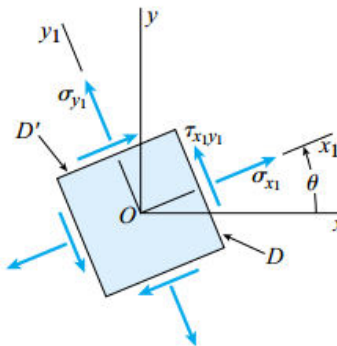
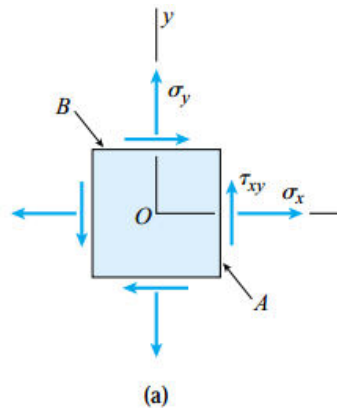
$$C\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}; 0\right)$$

Lingkaran Mohr Untuk Tegangan Bidang

Apabila nilai σ_x , σ_y dan τ_{xy} diketahui, maka dapat digambarkan Lingkaran Mohr dengan langkah sebagai berikut :

- Gambarkan sistem koordinat σ_{x1} (absis) dan τ_{x1y1} (ordinat)
- Tentukan lokasi pusat lingkaran (titik C)
- Tentukan lokasi titik A ($\theta = 0^\circ$), yang merepresentasikan tegangan di muka x, dan titik B ($\theta = 90^\circ$) yang merepresentasikan tegangan di muka y
- Garis yang melalui titik A, B dan pusat C merupakan diameter lingkaran
- Dengan menggunakan titik C sebagai pusat, gambarkan lingkaran Mohr melalui titik A dan B

Lingkaran Mohr Untuk Tegangan Bidang



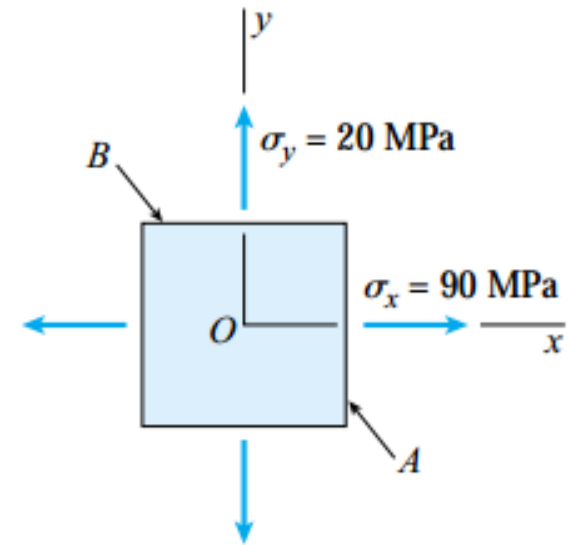
$$\cos \beta = \frac{1}{R} \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \right)$$

$$\sin \beta = \frac{1}{R} \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \right)$$

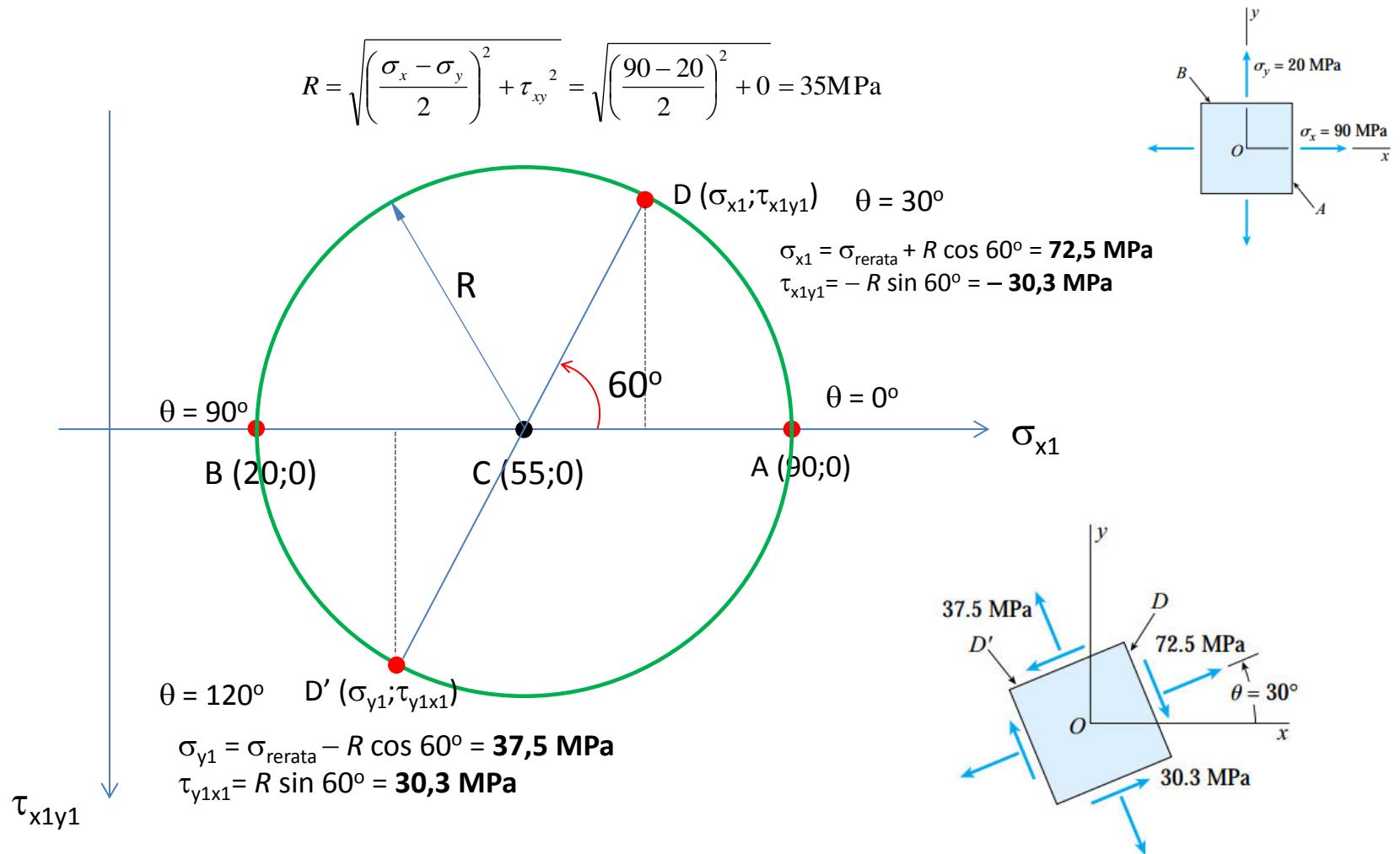
Tegangan Bidang

Contoh 10-1

Di suatu titik pada permukaan suatu silinder bertekanan, bahannya mengalami tegangan biaksial $\sigma_x = 90$ MPa dan $\sigma_y = 20$ MPa. Dengan menggunakan Lingkaran Mohr, tentukanlah tegangan yang bekerja di suatu elemen yang miring pada sudut $\theta = 30^\circ$.



a home base to excellence

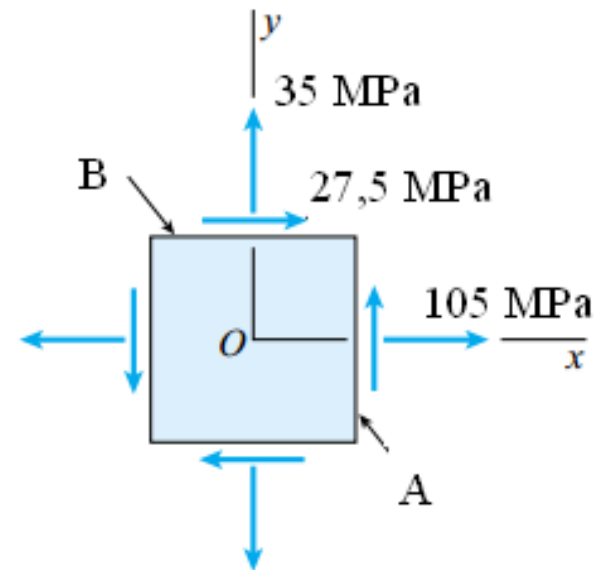


Tegangan Bidang

Contoh 10-2

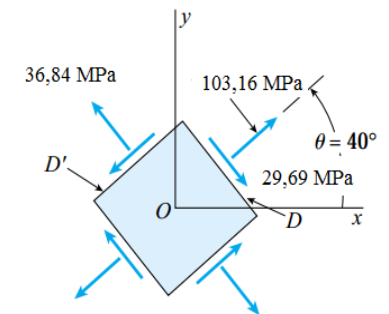
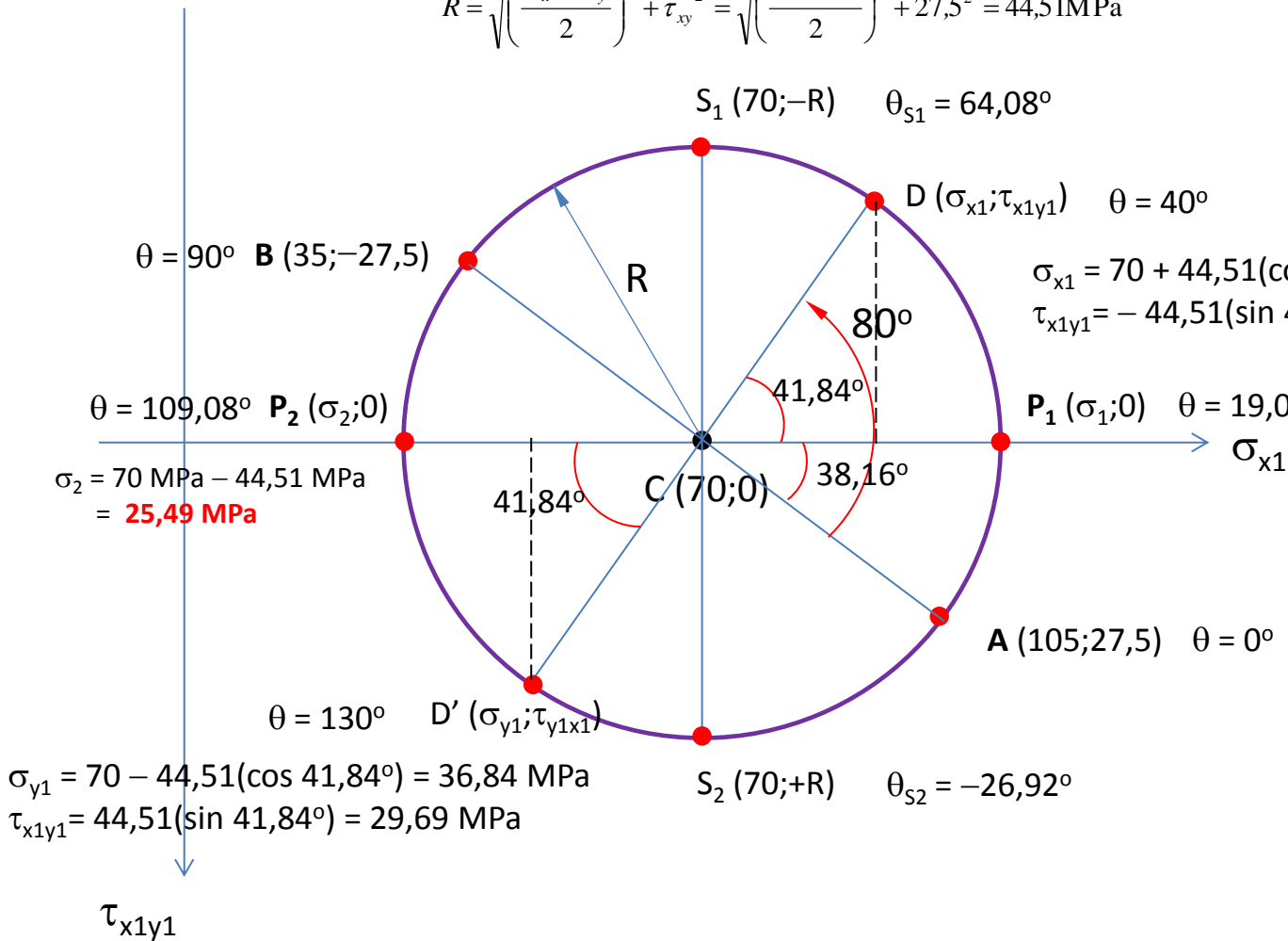
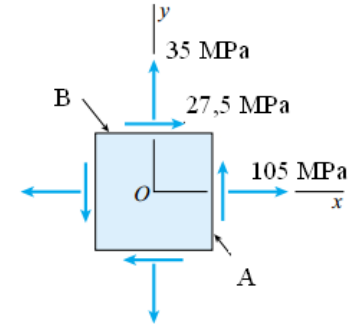
Sebuah elemen yang dalam keadaan tegangan bidang di permukaan mesin besar, mengalami tegangan $\sigma_x = 105$ MPa, $\sigma_y = 35$ MPa dan $\tau_{xy} = 27,5$ MPa. Dengan menggunakan Lingkaran Mohr, tentukanlah:

- tegangan yang bekerja di suatu elemen yang miring pada sudut $\theta = 40^\circ$
- Tegangan utama
- Tegangan geser maksimum

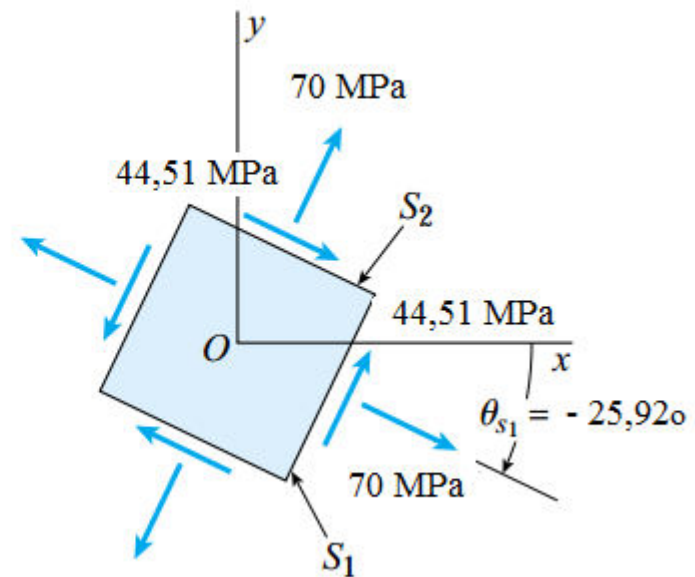
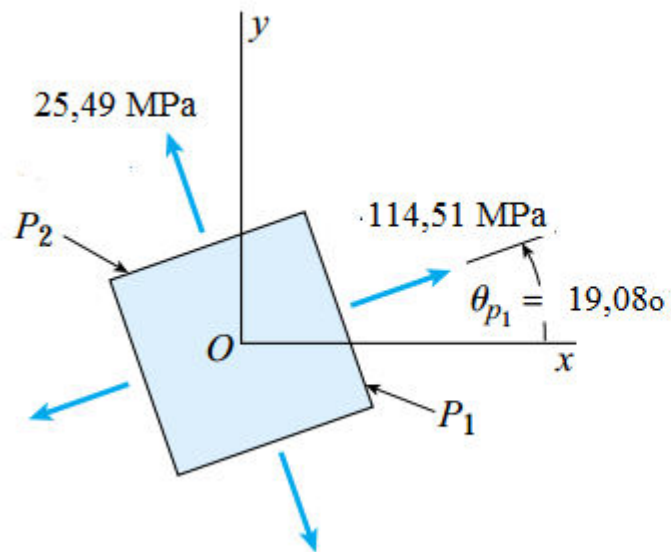


a home base to excellence

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{105 - 35}{2}\right)^2 + 27,5^2} = 44,51 \text{ MPa}$$



a home base to excellence

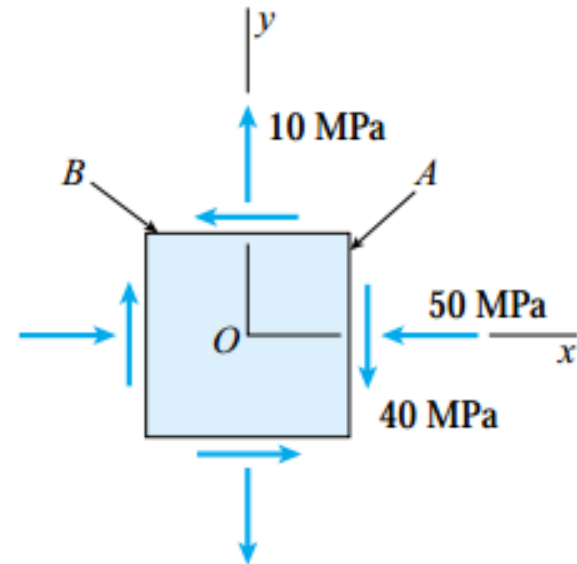


Tegangan Bidang

Contoh 10-3

Sebuah titik pada permukaan batang generator adalah $\sigma_x = -50$ MPa, $\sigma_y = 10$ MPa dan $\tau_{xy} = -40$ MPa. Dengan menggunakan Lingkaran Mohr tentukan :

- Tegangan pada elemen yang miring pada sudut $\theta = 45^\circ$
- Tegangan utama
- Tegangan geser maksimum



Hukum Hooke Untuk Tegangan Bidang

Hukum Hooke berlaku untuk kasus tegangan bidang, dengan persamaan-persamaan sebagai berikut :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y)$$

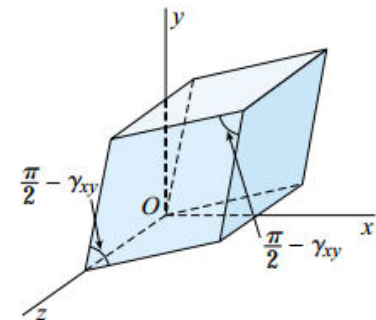
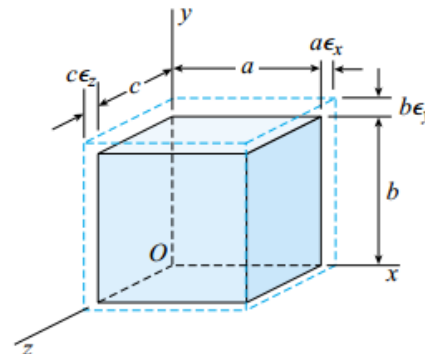
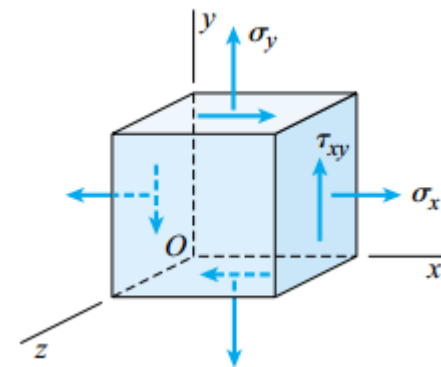
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}$$

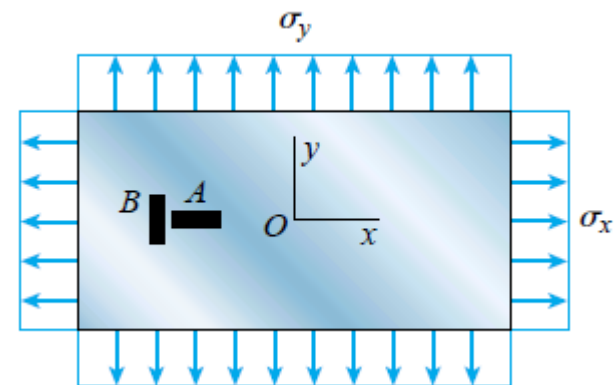
$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$



Tegangan Bidang

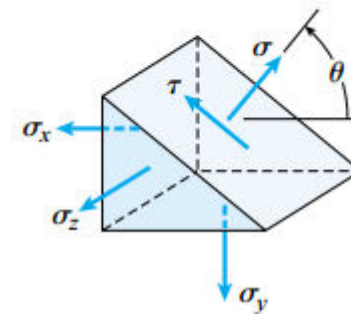
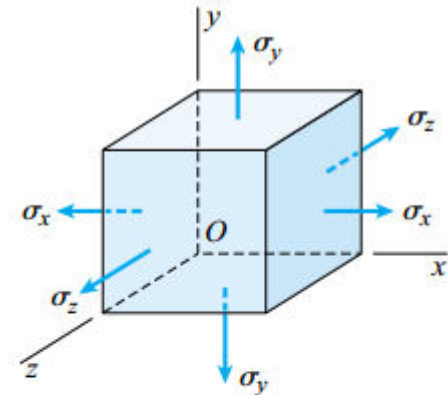
Contoh 10-4

Sebuah pelat baja dengan tebal $t = 10$ mm mengalami tegangan normal seragam σ_x dan σ_y . Pengukur regangan (strain gages) A dan B yang mempunyai orientasi pada arah x dan y , terpasang pada pelat tersebut. Pembacaan strain gages tersebut memberikan regangan normal $\varepsilon_x = 350 \cdot 10^{-6}$ (perpanjangan) dan $\varepsilon_y = 85 \cdot 10^{-6}$ (perpanjangan). Jika nilai $E = 200$ GPa dan $\nu = 0,30$ tentukan tegangan σ_x dan σ_y serta perubahan ketebalan pelat.



Tegangan Triaksial

- Sebuah elemen dari bahan yang **mengalami tegangan normal σ_x , σ_y dan σ_z yang bekerja pada tiga arah yang saling tegak lurus** disebut mengalami **tegangan triaksial**
- Jika suatu bidang miring yang sejajar sumbu z dipotong melalui elemen, maka tegangan yang ada di muka miring adalah **tegangan normal σ dan tegangan geser τ**
- Keduanya **analog dengan σ_{x1} dan τ_{x1y1}** pada tegangan bidang
- Karena σ dan τ diperoleh dari persamaan kesetimbangan dalam bidang xy, maka keduanya **tidak tergantung pada tegangan normal σ_z** (artinya persamaan transformasi pada tegangan bidang dan Lingkaran Mohr dapat dipakai mencari σ dan τ)



Tegangan Triaksial

Pada keadaan tegangan triaksial berlaku pula Hukum Hooke sebagai berikut :

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_x)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_z + \varepsilon_x)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y)]$$

QUIZ – 3

(WAKTU 30 MENIT)

Sebuah titik pada permukaan batang generator adalah $\sigma_x = -50$ MPa, $\sigma_y = 10$ MPa dan $\tau_{xy} = -40$ MPa. Dengan menggunakan Lingkaran Mohr tentukan :

- Tegangan pada elemen yang miring pada sudut $\theta = 45^\circ$
- Tegangan utama
- Tegangan geser maksimum

