

## 10 Soal dan Pembahasan Permasalahan Program Linear

1. “BAYU FURNITURE” memproduksi 2 jenis produk yaitu meja dan kursi yang harus diproses melalui perakitan dan finishing. Proses perakitan memiliki 60 jam kerja sedang proses finishing memiliki 48 jam kerja. Untuk menghasilkan satu meja dibutuhkan 4 jam perakitan dan 2 jam finishing, sedangkan satu kursi membutuhkan 2 jam perakitan dan 4 jam finishing. Laba untuk tiap meja \$8 dan tiap kursi \$6. Sekarang kita harus menentukan kombinasi terbaik dari jumlah meja dan kursi yang harus diproduksi, agar menghasilkan laba maksimal.

**Pembahasan** Untuk mempermudah dalam memahami soal, kita dapat membuat tabel untuk merangkum informasi yang diberikan oleh soal.

Jenis Produk	Proses Perakitan	Proses Finishing	Fungsi Objektif
Meja	$4x$	$2x$	$8x$
Kursi	$2y$	$4y$	$6y$
	$\leq 60$	$\leq 48$	

Sehingga, dari tabel tersebut kita dapat dengan mudah menuliskan kendala-kendalanya.

$$4x + 2y \leq 60,$$

$$2x + 4y \leq 48,$$

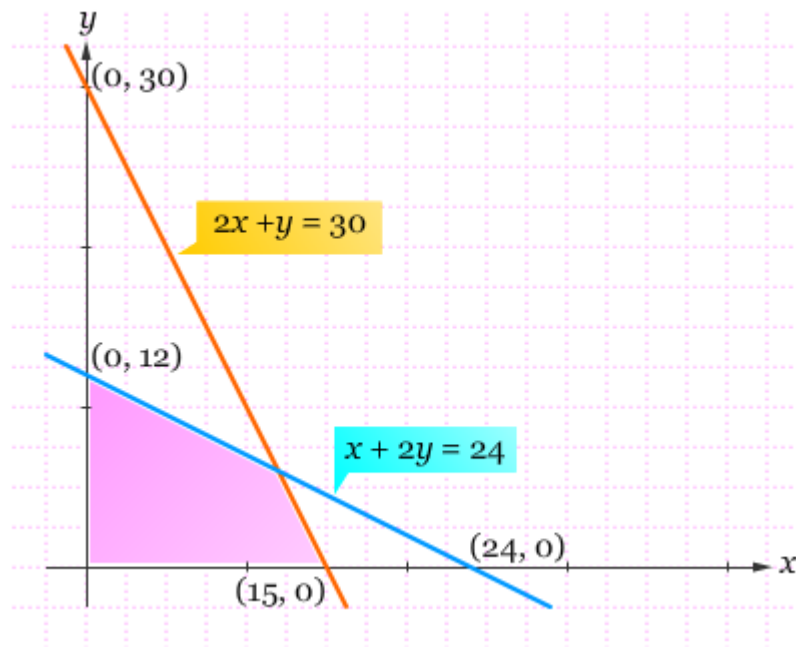
$$x \geq 0, y \geq 0,$$

$x$  dan  $y$  anggota bilangan cacah.

Dengan fungsi objektifnya adalah  $f(x, y) = 8x + 6y$ . Selanjutnya kita gambarkan daerah penyelesaian dari kendala-kendala di atas.

Untuk menggambar grafik dari  $4x + 2y = 60$  dan  $2x + 4y = 48$ , kita cukup menentukan dua titik yang dilaluinya. Setelah itu, kita hubungkan kedua titik tersebut dengan garis lurus dan kemudian kita tentukan daerah selesaiannya dengan *uji titik*.

	$4x + 2y = 60$		$2x + 4y = 48$	
$x$	0	15	0	24
$y$	30	0	12	0



Dari grafik di atas, kita dapat melihat bahwa titik-titik  $(0, 0)$ ,  $(15, 0)$ , dan  $(0, 12)$  merupakan titik-titik pojok dari daerah selesaiannya. Selanjutnya, kita tentukan satu titik pojok lagi, yaitu titik potong grafik  $4x + 2y = 60$  dan  $2x + 4y = 48$ .

Salah satu cara untuk menentukan titik potong kedua grafik persamaan tersebut adalah dengan *cara eliminasi*.

$$\begin{array}{r}
 4x + 2y = 60 \\
 2x + 4y = 48
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 \times \frac{1}{2} \\
 \times 1
 \end{array} \right.
 \begin{array}{r}
 2x + y = 30 \\
 2x + 4y = 48
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \hline
 -3y = -18 \\
 y = \frac{-18}{-3} = 9
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
 4x + 2y = 60 & \times 1 \\
 2x + 4y = 48 & \times \frac{1}{2} \\
 \hline
 & 3x = 36 \\
 & x = 12
 \end{array}$$

Diperoleh, titik potong grafik  $4x + 2y = 60$  dan  $2x + 4y = 48$  adalah titik  $(12, 9)$ .

Selanjutnya kita uji titik-titik pojok tersebut ke dalam fungsi objektif untuk menentukan nilai maksimumnya.

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= 8x + 6y \\
 \Rightarrow f(0, 0) &= 8 \cdot 0 + 6 \cdot 0 \\
 &= 0 + 0 = 0 \\
 \Rightarrow f(15, 0) &= 8 \cdot 15 + 6 \cdot 0 \\
 &= 120 + 0 = 120 \\
 \Rightarrow f(0, 12) &= 8 \cdot 0 + 6 \cdot 12 \\
 &= 0 + 72 = 72 \\
 \Rightarrow f(12, 9) &= 8 \cdot 12 + 6 \cdot 9 \\
 &= 96 + 54 = 150
 \end{aligned}$$

Jadi, laba maksimal yang dapat diperoleh adalah \$150, yaitu dengan memproduksi 12 meja dan 9 kursi.

**Catatan** Uji titik  $(0, 0)$  biasanya muncul ketika soal meminta untuk menentukan nilai maksimum. Karena titik tersebut akan menghasilkan nilai yang minimum, maka selanjutnya dalam pembahasan ini tidak akan menguji lagi titik tersebut.

- Perusahaan tas “KEN” membuat 2 macam tas yaitu tas merk ANGRY BIRDS dan merk SPONGEBOB. Untuk membuat tas tersebut perusahaan memiliki 3 mesin. Mesin 1 khusus untuk memberi logo ANGRY BIRDS, mesin 2 khusus



untuk memberi logo SPONGEBOB dan mesin 3 untuk menjahit tas dan membuat ritsleting. Setiap lusin tas merk ANGRY BIRDS mula-mula dikerjakan di mesin 1 selama 2 jam, kemudian tanpa melalui mesin 2 terus dikerjakan di mesin 3 selama 6 jam. Sedang untuk tas merk SPONGEBOB tidak diproses di mesin 1, tetapi pertama kali dikerjakan di mesin 2 selama 3 jam kemudian di mesin 3 selama 5 jam. Jam kerja maksimum setiap hari untuk mesin 1 adalah 8 jam, mesin 2 adalah 15 jam, sedangkan mesin 3 adalah 30 jam. Laba terhadap penjualan untuk setiap lusin tas merk ANGRY BIRDS \$3, sedangkan merk SPONGEBOB \$5. Masalahnya adalah menentukan berapa lusin sebaiknya tas merk ANGRY BIRDS dan merk SPONGEBOB yang dibuat agar bisa memaksimalkan laba.

**Pembahasan** Informasi soal di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut.

Jenis Tas	Mesin I	Mesin II	Mesin III	Fungsi Objektif
ANGRY BIRDS	$2x$		$6x$	$3x$
SPONGEBOB		$3y$	$5y$	$5y$
	$\leq 8$	$\leq 15$	$\leq 30$	

Sehingga kendala-kendalanya dapat dituliskan sebagai berikut.

$$2x \leq 8,$$

$$3y \leq 15,$$

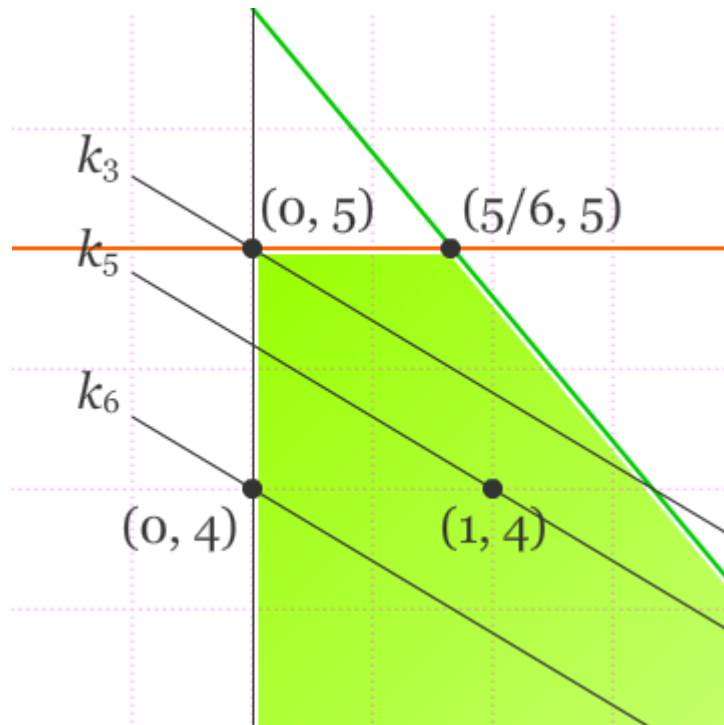
$$6x + 5y \leq 30,$$

$$x \geq 0, y \geq 0,$$

$x$  dan  $y$  anggota bilangan cacah.

Sedangkan fungsi objektifnya adalah  $f(x, y) = 3x + 5y$ . Selanjutnya kita gambarkan kendala-kendala tersebut sehingga kita akan mengetahui daerah selesaiannya, beserta garis-garis selidik yang memenuhi  $3x + 5y = k$ .





Grafik di atas merupakan perbesaran dari daerah sekitar titik  $(\frac{5}{6}, 5)$ . Sehingga, dari gambar di atas kita dapat melihat bahwa  $x = 0$  dan  $y = 5$  akan menyebabkan fungsi objektif maksimum.

$$f(0, 5) = 3 \cdot 0 + 5 \cdot 5 = 25.$$

Jadi, agar memperoleh laba maksimum, yaitu \$25, maka perusahaan tersebut harus memproduksi tas SPONGEBOB sebanyak 5 lusin dan tidak memproduksi tas ANGRY BIRDS.

- Sebuah toko “YOS3PRENS” menyediakan dua merk pupuk, yaitu Standard dan Super. Setiap jenis mengandung campuran bahan nitrogen dan fosfat dalam jumlah tertentu.

Jenis	Kandungan Bahan Kimia	
	Nitrogen (kg/sak)	Fosfat (kg/sak)
Standard	2	4
Super	4	3



Seorang petani membutuhkan paling sedikit 16 kg nitrogen dan 24 kg fosfat untuk lahan pertaniannya. Harga pupuk Standar dan Super masing-masing \$3 dan \$6. Petani tersebut ingin mengetahui berapa sak masing-masing jenis pupuk harus dibeli agar total harga pupuk mencapai minimum dan kebutuhan pupuk untuk lahannya terpenuhi.

**Pembahasan** Dari informasi soal yang diberikan, kita dapat dengan mudah memodelkan kendala-kendala dan fungsi objektifnya.

$$2x + 4y \geq 16,$$

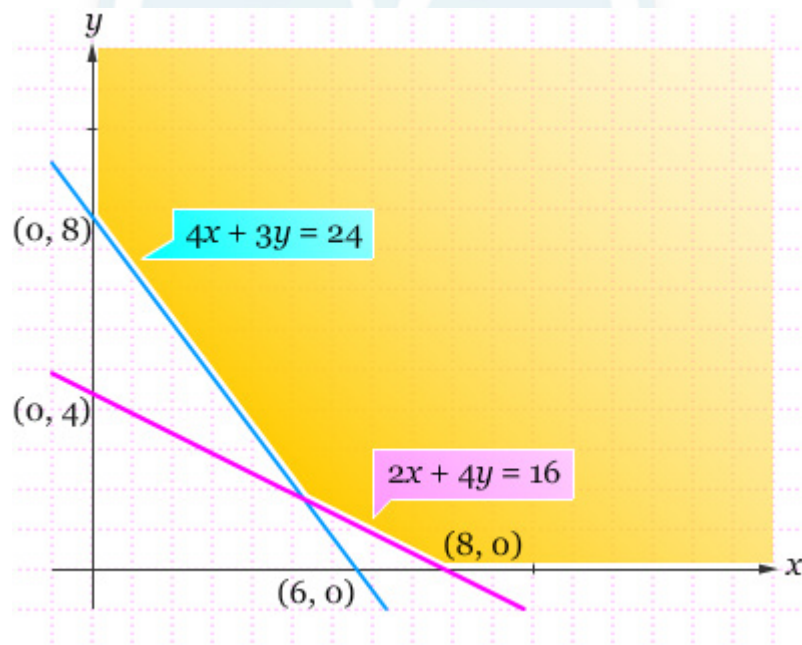
$$4x + 3y \geq 24,$$

$$x \geq 0, y \geq 0,$$

$x$  dan  $y$  bilangan Real.

Sedangkan fungsi objektifnya adalah  $f(x, y) = 3x + 6y$ .

Pertama, kita gambarkan grafik dari kendala-kendalanya agar kita dapat melihat daerah penyelesaian serta titik-titik pojoknya.



Selanjutnya kita tentukan titik potong grafik persamaan-persamaan  $4x + 3y = 24$  dan  $2x + 4y = 16$ .

Perhatikan bahwa,  $4x + 3y = 24$  maka

$$y = 8 - \frac{4}{3}x.$$

Substitusikan persamaan di atas ke dalam persamaan yang kedua. Sehingga,

$$\begin{aligned}2x + 4y &= 16 \\ \Leftrightarrow 2x + 4\left(8 - \frac{4}{3}x\right) &= 16 \\ \Leftrightarrow 2x + 32 - \frac{16}{3}x &= 16 \\ \Leftrightarrow \frac{10}{3}x &= 16 \\ \Leftrightarrow x &= 16 \cdot \frac{3}{10} = 4\frac{4}{5}\end{aligned}$$

Diperoleh,

$$y = 8 - \frac{4}{3} \cdot 4\frac{4}{5} = 8 - \frac{96}{15} = 1\frac{3}{5}.$$

Sehingga, titik-titik pojok dari daerah selesiannya adalah  $(0, 8)$ ,  $(4\frac{4}{5}, 1\frac{3}{5})$ , dan  $(8, 0)$ .

Selanjutnya kita uji titik-titik pojok tersebut ke dalam fungsi objektifnya.

$$f(0, 8) = 3 \cdot 0 + 6 \cdot 8 = 48,$$

$$f\left(4\frac{4}{5}, 1\frac{3}{5}\right) = 3 \cdot 4\frac{4}{5} + 6 \cdot 1\frac{3}{5} = 14\frac{2}{5} + 9\frac{3}{5} = 24,$$

$$f(8, 0) = 3 \cdot 8 + 6 \cdot 0 = 24.$$

Dari sini kita mendapatkan hal yang menarik. Terdapat dua titik pojok yang sama-sama menghasilkan nilai minimum. Selain itu kedua titik pojok tersebut, dihubungkan oleh garis kendala. Sehingga, soal seperti ini memiliki selesaian  $x$  dan  $y$  yang sangat banyak, tetapi dengan nilai minimumnya \$24. Nilai  $x$  dan  $y$  yang menyebabkan nilai minimum adalah semua  $x$  dan  $y$  di  $4\frac{4}{5} \leq x \leq 8$  dan memenuhi persamaan  $2x + 4y = 16$ .



4. Dua jenis logam campuran X dan Y terdiri atas logam A, B, dan C. Satu kg logam campuran X terdiri atas 5 ons logam A, 3 ons logam B, dan 2 ons logam C. Satu kg logam campuran Y terdiri atas 2 ons logam A, 3 ons logam B, dan 5 ons logam C. Logam M dibuat semurah-murahnya dari logam X dan Y, sedemikian sehingga sekurang-kurangnya terdiri atas 6 kg logam A, 7,2 kg logam B, dan 6 kg logam C. Jika harga logam X Rp. 4000,00/kg dan harga logam Y Rp 2000,00/kg, berapakah harga minimum logam campuran M itu?

**Pembahasan** Dari informasi pada soal di atas, kita dapat menuliskan kendala-kendalanya sebagai berikut.

$$5x + 2y \geq 6,$$

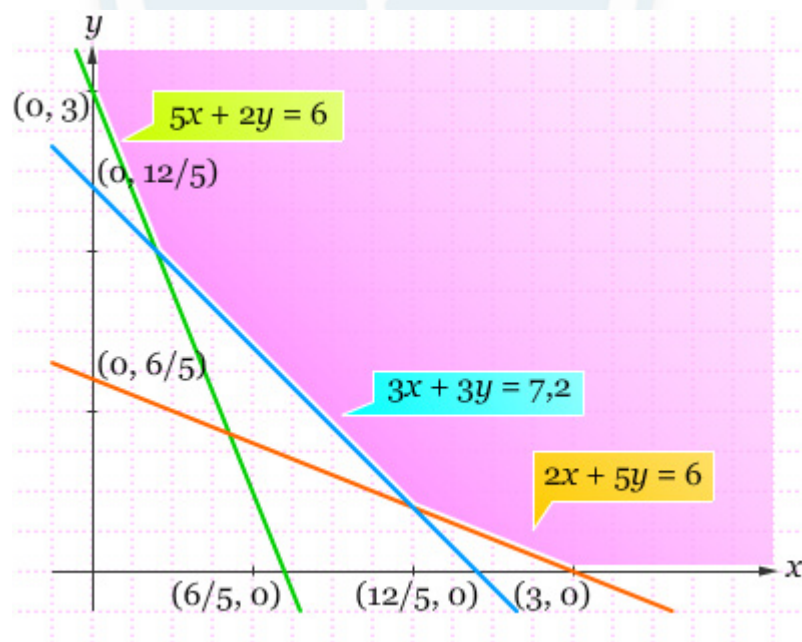
$$3x + 3y \geq 7,2,$$

$$2x + 5y \geq 6,$$

$$x \geq 0, y \geq 0,$$

$x$  dan  $y$  anggota bilangan Real.

Dengan fungsi objektifnya adalah  $f(x, y) = 4.000x + 2.000y$ . Selanjutnya kita gambarkan daerah selesaiannya serta titik-titik pojoknya.



Dari daerah penyelesaian di atas, kita secara jelas dapat mengetahui bahwa titik-titik  $(0, 3)$  dan  $(3, 0)$  merupakan titik-titik pojok. Selanjutnya kita tentukan koordinat dari titik-titik pojok lainnya.

Titik pojok ketiga merupakan titik potong antara grafik persamaan  $5x + 2y = 6$  dan  $3x + 3y = 7,2$ . Kita dapat menggunakan *cara substitusi* untuk menentukan titik potongnya.

$$5x + 2y = 6 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{2}x + 3$$

Diperoleh,

$$\begin{aligned} 3x + 3\left(-\frac{5}{2}x + 3\right) &= 7,2 \\ \Leftrightarrow 3x - \frac{15}{2}x &= 7,2 - 9 \\ \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x &= -\frac{9}{5} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Sehingga,

$$y = -\frac{5}{2}\left(\frac{2}{5}\right) + 3 = 2$$

Diperoleh, titik pojok yang ketiga adalah  $(\frac{2}{5}, 2)$ . Selanjutnya kita tentukan titik pojok yang terakhir, yaitu titik potong antara grafik persamaan  $3x + 3y = 7,2$  dan  $2x + 5y = 6$ .

$$2x + 5y = 6 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{5}x + \frac{6}{5}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} 3x + 3\left(-\frac{2}{5}x + \frac{6}{5}\right) &= 7,2 \\ \Leftrightarrow 3x - \frac{6}{5}x &= 7,2 - \frac{18}{5} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{5}x = \frac{18}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Diperoleh,

$$y = -\frac{2}{5} \cdot 2 + \frac{6}{5} = \frac{2}{5}$$

Sehingga, titik pojok yang terakhir adalah  $(2, \frac{2}{5})$ . Selanjutnya kita uji semua titik-titik pojok tersebut ke dalam fungsi objektif.

$$f(0, 3) = 4.000 \cdot 0 + 2.000 \cdot 3 = 6.000$$

$$f\left(\frac{2}{5}, 2\right) = 4.000 \cdot \frac{2}{5} + 2.000 \cdot 2 = 1.600 + 4.000 = 5.600$$

$$f\left(2, \frac{2}{5}\right) = 4.000 \cdot 2 + 2.000 \cdot \frac{2}{5} = 8.000 + 800 = 8.800$$

$$f(3, 0) = 4.000 \cdot 3 + 2.000 \cdot 0 = 12.000$$

Jadi, harga minimum dari logam campuran M adalah Rp 12.000,00.

5. Untuk membuat satu bungkus roti A diperlukan 50 gram mentega dan 60 gram tepung, sedangkan untuk membuat satu roti B diperlukan 100 gram mentega dan 20 gram tepung. Jika tersedia 3,5 kg mentega dan 2,2 kg tepung, maka jumlah kedua jenis roti yang dapat dibuat paling banyak ... (UN 2012 BHS/C37)

**Pembahasan** Informasi pada soal di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel seperti berikut.

	Mentega	Tepung	Fungsi Objektif
Roti A	50x	60x	x
Roti B	100y	20y	y
	$\leq 3.500$	$\leq 2.200$	

Sehingga kendala-kendala dan fungsi objektifnya dapat dimodelkan sebagai berikut.

$$50x + 100y \leq 3.500,$$

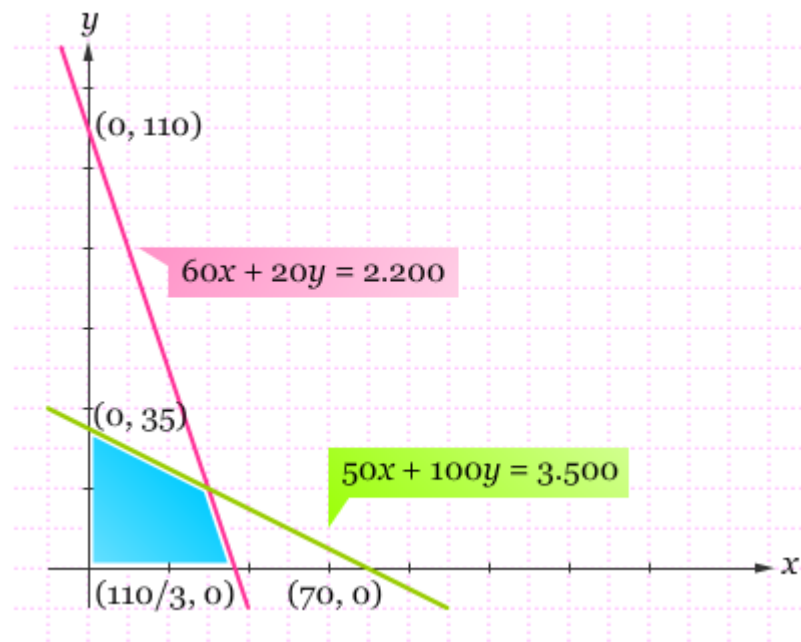


$$60x + 20y \leq 2.200,$$

$$x \geq 0, y \geq 0,$$

$x$  dan  $y$  bilangan cacah.

Dan  $f(x, y) = x + y$  sebagai fungsi objektifnya. Sehingga, daerah penyelesaian dari program linear tersebut dapat digambarkan sebagai berikut.



Selanjutnya kita tentukan titik potong grafik persamaan  $50x + 100y = 3.500$  dan  $60x + 20y = 2.200$  dengan *cara substitusi*.

$$50x + 100y = 3.500 \Leftrightarrow x = 70 - 2y$$

Sehingga nilai  $y$  dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 60x + 20y &= 2.200 \\
 \Leftrightarrow 60(70 - 2y) + 20y &= 2.200 \\
 \Leftrightarrow -120y + 20 &= 2.200 - 4.200 \\
 \Leftrightarrow -100y &= -2.000 \\
 \Leftrightarrow y &= 20
 \end{aligned}$$

Diperoleh,

$$x = 70 - 2 \cdot 20 = 30.$$

Sehingga diperoleh bahwa titik potong grafik persamaan  $50x + 100y = 3.500$  dan  $60x + 20y = 2.200$  adalah  $(30, 20)$ .

Selanjutnya kita lakukan uji titik-titik pojok ke dalam fungsi objektif untuk menentukan nilai maksimumnya.

$$f(0, 35) = 0 + 35 = 35,$$

$$f(30, 20) = 30 + 20 = 50,$$

$$f(110/3, 0) = 110/3 + 0 = 36\frac{2}{3}.$$

Jadi, jumlah kedua jenis roti yang dapat dibuat paling banyak adalah 50 bungkus.

6. Sebuah butik memiliki 4 m kain satin dan 5 m kain prada. Dari bahan tersebut akan dibuat dua baju pesta. Baju pesta I memerlukan 2 m kain satin dan 1 m kain prada, sedangkan baju pesta II memerlukan 1 m kain satin dan 2 m kain prada. Jika harga jual baju pesta I sebesar Rp 500.000,00 dan baju pesta II sebesar Rp 400.000,00, hasil penjualan maksimum butik tersebut adalah ... (UN 2008 IPS PAKET A/B)

**Pembahasan** Untuk mempermudah dalam memodelkan soal di atas, kita dapat menyajikannya ke dalam tabel seperti berikut.

	Kain Satin	Kain Prada	Fungsi Objektif
Baju pesta I	$2x$	$x$	$500.000x$
Baju pesta II	$y$	$2y$	$400.000y$
	$\leq 4$	$\leq 5$	

Sehingga dengan mudah kita dapat membuat model kendala-kendala dari permasalahan di atas.

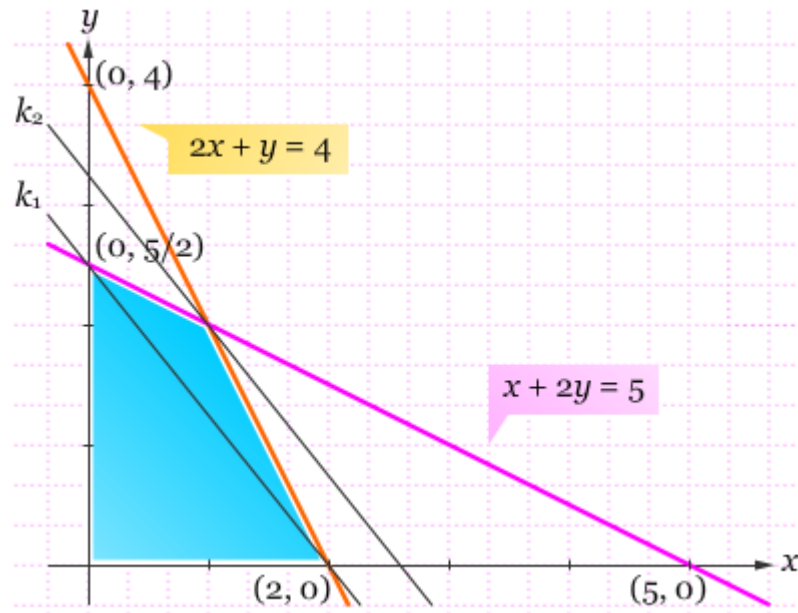
$$2x + y \leq 4,$$

$$x + 2y \leq 5,$$

$$x \geq 0, y \geq 0,$$

$x$  dan  $y$  bilangan cacah.

Sedangkan fungsi objektifnya adalah  $f(x, y) = 500.000x + 400.000y$ .  
Selanjutnya kita gambarkan daerah selesaiannya dan garis selidik,  
 $500.000x + 400.000y = k$ .



Dari uji garis selidik di atas, kita dengan mudah dapat melihat bahwa titik potong grafik persamaan  $2x + y = 4$  dan  $x + 2y = 5$  merupakan titik penyebab fungsi objektifnya bernilai maksimum. Selanjutnya kita tentukan koordinat titik potong tersebut.

$$2x + y = 4 \Leftrightarrow y = 4 - 2x$$

Kita substitusikan persamaan tersebut ke persamaan lainnya, diperoleh

$$\begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ \Leftrightarrow x + 2(4 - 2x) &= 5 \\ \Leftrightarrow x - 4x &= 5 - 8 \\ \Leftrightarrow -3x &= -3 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-3}{-3} = 1. \end{aligned}$$

Diperoleh,



$$y = 4 - 2 \cdot 1 = 2.$$

Sehingga titik potongnya adalah (1, 2). Titik tersebut selanjutnya disubstitusikan ke fungsi objektif.

$$f(1, 2) = 500.000 \cdot 1 + 400.000 \cdot 2 = 1.300.000$$

Jadi, hasil penjualan maksimum butik tersebut adalah Rp 1.300.000,00.

7. Luas daerah parkir 1.760 m<sup>2</sup>. Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m<sup>2</sup> dan mobil besar 20 m<sup>2</sup>. Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp 1.000,00/jam dan mobil besar Rp 2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah ... (UN 2013 IPA Paket 24)

**Pembahasan** Informasi yang ada di dalam soal di atas dapat dirangkum dalam tabel berikut.

	Luas	Banyak	Fungsi Objektif
Mobil Kecil	4x	x	1.000x
Mobil Besar	20y	y	2.000y
	≤ 1.760	≤ 200	

Sehingga kendala-kendala dari permasalahan tersebut dapat dimodelkan seperti berikut.

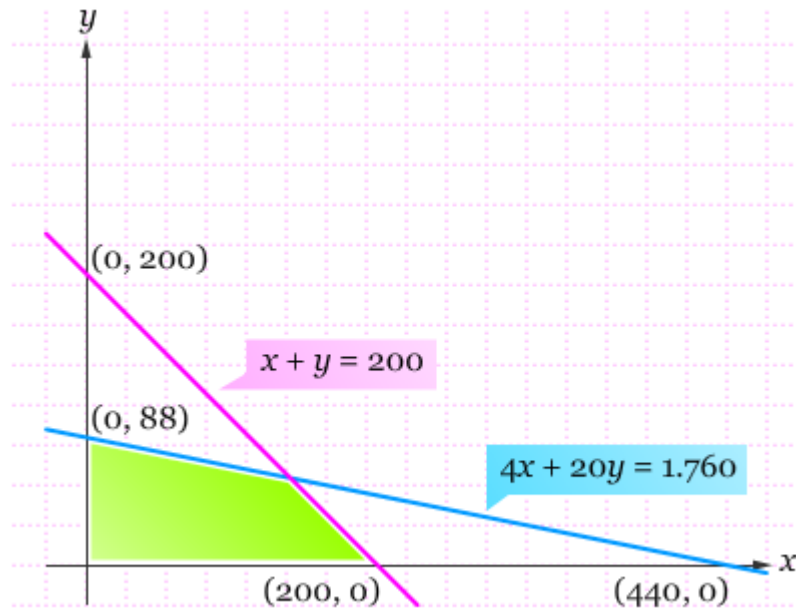
$$4x + 20y \leq 1.760,$$

$$x + y \leq 200,$$

$$x \geq 0, y \geq 0,$$

x dan y bilangan cacah.

Dengan  $f(x, y) = 1.000x + 2.000y$  sebagai fungsi objektifnya. Selanjutnya, kita gambarkan daerah selesaiannya.



Titik potong grafik persamaan  $x + y = 200$  dan  $4x + 20y = 1.760$  merupakan titik pojok yang akan kita cari koordinatnya dengan *cara eliminasi dan substitusi*.

$$\begin{array}{r|l}
 x + y = 200 & \times 4 \\
 4x + 20y = 1.760 & \times 1 \\
 \hline
 & 4x + 4y = 800 \\
 & 4x + 20y = 1.760 \\
 \hline
 & -16y = -960 \\
 & y = 60
 \end{array}$$

Diperoleh,

$$x + 60 = 200 \Leftrightarrow x = 200 - 60 = 140.$$

Selanjutnya titik-titik pojok,  $(0, 88)$ ,  $(140, 60)$ , dan  $(200, 0)$ , kita uji ke dalam fungsi objektifnya.

$$f(0, 88) = 1.000 \cdot 0 + 2.000 \cdot 88 = 176.000,$$

$$f(140, 60) = 1.000 \cdot 140 + 2.000 \cdot 60 = 260.000,$$

$$f(200, 0) = 1.000 \cdot 200 + 1.000 \cdot 0 = 200.000.$$

Jadi, penghasilan maksimum tempat parkir adalah Rp 260.000,00.

8. Seorang pedagang sepeda ingin membeli 25 sepeda untuk persediaan. Ia ingin membeli sepeda gunung dengan harga Rp 1.500.000,00 per buah dan sepeda balap dengan harga Rp 2.000.000,00 per buah. Ia berencana tidak akan mengeluarkan uang lebih dari Rp 42.000.000,00. Jika keuntungan sebuah sepeda gunung Rp 500.000,00 dan sebuah sepeda balap Rp 600.000,00, maka keuntungan maksimum yang diterima pedagang adalah ... (UN 2012 IPA)

**Pembahasan** Tanpa membuat tabel, kita dapat memodelkan kendala-kendala dari permasalahan tersebut sebagai berikut.

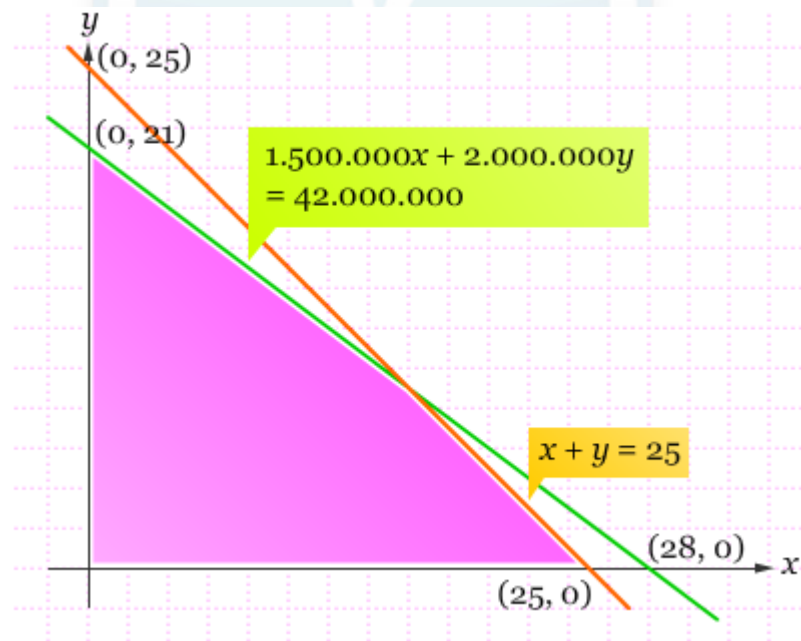
$$x + y \leq 25,$$

$$1.500.000x + 2.000.000y \leq 42.000.000,$$

$$x \geq 0, y \geq 0,$$

$x$  dan  $y$  bilangan cacah.

Dengan fungsi objektifnya adalah  $f(x, y) = 500.000x + 600.000y$ . Sehingga apabila digambarkan, daerah selesaiannya akan nampak seperti berikut.



Selanjutnya kita tentukan titik potong grafik persamaan  $1.500.000x + 2.000.000y = 42.000.000$  dan  $x + y = 25$ .



$$x + y = 25 \Leftrightarrow y = 25 - x$$

Sehingga,

$$1.500.000x + 2.000.000y = 42.000.000$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4y = 84$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4(25 - x) = 84$$

$$\Leftrightarrow 3x - 4x = 84 - 100$$

$$\Leftrightarrow x = 16.$$

Diperoleh,

$$y = 25 - 16 = 9.$$

Selanjutnya kita lakukan uji titik pojok ke dalam fungsi objektifnya.

$$f(0, 21) = 500.000 \cdot 0 + 600.000 \cdot 21 = 12.600.000,$$

$$f(16, 9) = 500.000 \cdot 16 + 600.000 \cdot 9 = 13.400.000,$$

$$f(25, 0) = 500.000 \cdot 25 + 600.000 \cdot 0 = 12.500.000.$$

Jadi, keuntungan maksimum yang diterima pedagang adalah Rp 13.400.000,00.

9. Seorang ibu memproduksi dua jenis keripik pisang, yaitu rasa coklat dan rasa keju. Setiap kilogram keripik rasa coklat membutuhkan modal Rp 10.000,00, sedangkan keripik rasa keju membutuhkan modal Rp 15.000,00 per kilogram. Modal yang dimiliki ibu tersebut Rp 500.000,00. Tiap hari hanya bisa memproduksi paling banyak 40 kilogram. Keuntungan tiap kilogram keripik pisang rasa coklat adalah Rp 2.500,00 dan keripik rasa keju Rp 3.000,00 per kilogram. Keuntungan terbesar yang dapat diperoleh ibu tersebut adalah ... (UN 2011 IPS PAKET 12)

**Pembahasan** Informasi pada soal di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut.

	Modal	Banyak	Fungsi Objektif
Rasa Coklat	$10.000x$	$x$	$2.500x$
Rasa Keju	$15.000y$	$y$	$3.000y$

	$\leq 500.000$	$\leq 40$	
--	----------------	-----------	--

Sehingga kendala-kendalanya dapat dituliskan seperti berikut.

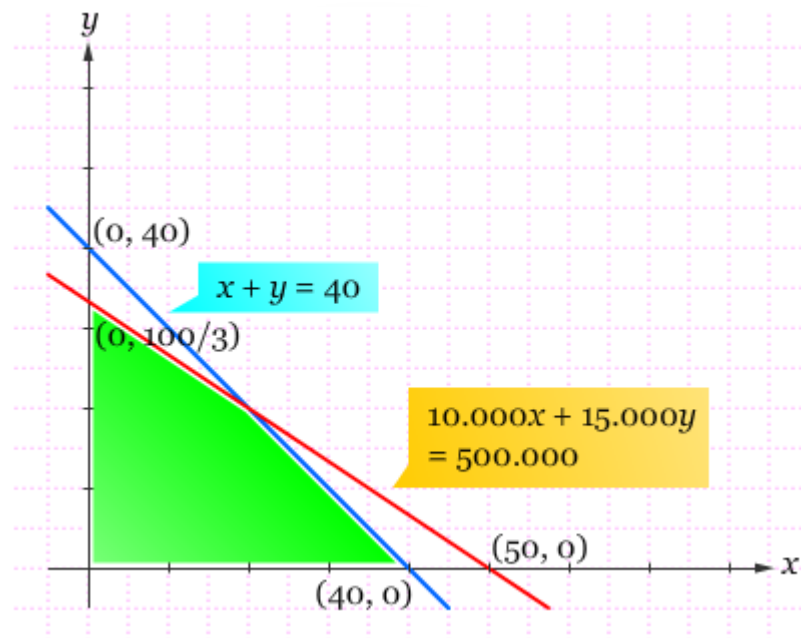
$$10.000x + 15.000y \leq 500.000,$$

$$x + y \leq 40,$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$x$  dan  $y$  bilangan cacah.

Dengan  $f(x, y) = 2.500x + 3.000y$  sebagai fungsi objektifnya. Sehingga, daerah selesaiannya dapat digambarkan seperti berikut.



Selanjutnya kita tentukan titik potong grafik dari persamaan  $10.000x + 15.000y = 500.000$  dengan  $x + y = 40$ .

$$x + y = 40 \Leftrightarrow x = 40 - y$$

Sehingga,

$$10.000x + 15.000y = 500.000$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y = 100$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 2(40 - y) + 3y &= 100 \\ \Leftrightarrow -2y + 3y &= 100 - 80 \\ \Leftrightarrow y &= 20 \end{aligned}$$

Diperoleh,

$$x = 40 - 20 = 20$$

Sehingga dihasilkan (20, 20) sebagai titik pojok daerah penyelesaian selain dua titik pojok lainnya, yaitu  $(0, 100/3)$  dan  $(40, 0)$ . Selanjutnya kita uji titik-titik pojok tersebut.

$$f(0, 100/3) = 2.500 \cdot 0 + 3.000 \cdot 100/3 = 100.000,$$

$$f(20, 20) = 2.500 \cdot 20 + 3.000 \cdot 20 = 50.000 + 60.000 = 110.000,$$

$$f(40, 0) = 2.500 \cdot 40 + 3.000 \cdot 0 = 100.000.$$

Jadi, keuntungan terbesar yang dapat diperoleh ibu tersebut adalah Rp 110.000,00.

10. Suatu perusahaan memproduksi barang dengan 2 model yang dikerjakan dengan dua mesin yaitu mesin A dan mesin B. Produk model I dikerjakan dengan mesin A selama 2 jam dan mesin B selama 1 jam. Produk model II dikerjakan dengan mesin A selama 1 jam dan mesin B selama 5 jam. Waktu kerja mesin A dan B berturut-turut adalah 12 jam perhari dan 15 jam perhari. Keuntungan penjualan produk model I sebesar Rp. 40.000,00 perunit dan model II Rp 10.000,00 per unit. Keuntungan maksimum yang dapat diperoleh perusahaan tersebut adalah ... (UN 2010 P12/A)

**Pembahasan** Pertama, kita sajikan informasi yang diberikan oleh soal ke dalam bentuk tabel.

	Mesin A	Mesin B	Fungsi Objektif
Model I	$2x$	$x$	$40.000x$
Model II	$y$	$5y$	$10.000y$
	$\leq 12$	$\leq 15$	



Kedua, dari tabel di atas kita dapat memodelkan kendala-kendalanya sebagai berikut.

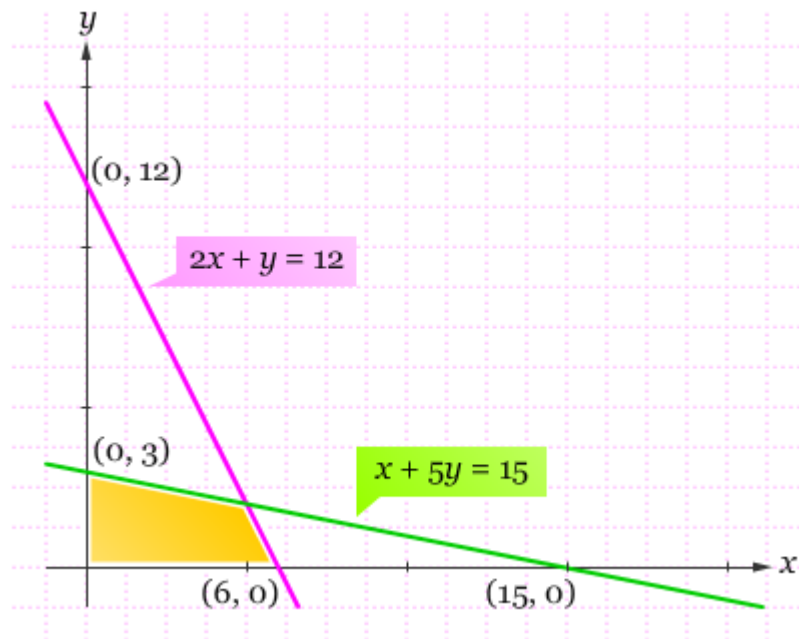
$$2x + y \leq 12,$$

$$x + 5y \leq 15,$$

$$x \geq 0, y \geq 0,$$

$x$  dan  $y$  bilangan cacah.

Dengan fungsi objektifnya adalah  $f(x, y) = 40.000x + 10.000y$ . Langkah selanjutnya, kita gambarkan daerah penyelesaian dari permasalahan di atas.



Titik potong grafik persamaan  $2x + y = 12$  dan  $x + 5y = 15$  dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\begin{array}{r|l} 2x + y = 12 & \times 5 \\ x + 5y = 15 & \times 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 10x + 5y = 60 \\ x + 5y = 15 \\ \hline 9x = 45 \\ x = 5 \end{array}$$

Sehingga,

$$2 \cdot 5 + y = 12 \Leftrightarrow y = 12 - 10 = 2.$$

Diperoleh, titik-titik pojok dari daerah selesaiannya adalah  $(0, 3)$ ,  $(5, 2)$ , dan  $(6, 0)$ . Selanjutnya, kita uji titik-titik pojok tersebut ke dalam fungsi objektif.

$$f(0, 3) = 40.000 \cdot 0 + 10.000 \cdot 3 = 30.000,$$

$$f(5, 2) = 40.000 \cdot 5 + 10.000 \cdot 2 = 220.000,$$

$$f(6, 0) = 40.000 \cdot 6 + 10.000 \cdot 0 = 240.000.$$

Jadi, keuntungan maksimum yang dapat diperoleh perusahaan tersebut adalah Rp 240.000,00.

### Semoga bermanfaat, [yos3prens](http://yos3prens.com) ###

